

Medición de temperatura en trampa magneto-óptica

Gutiérrez, Facundo.

Laboratorio de Física Cuántica y Atómica del IFFI, UdelaR
Montevideo, Uruguay

31 de diciembre de 2022

Índice

1. Introducción	2
2. Fundamento teórico	2
2.1. Enfriamiento Doppler	2
2.2. Potencial magneto-óptico	3
3. Dispositivo experimental	4
3.1. Secuencia	9
4. Métodos	9
4.1. Principio de medición de temperatura	9
4.2. Optimización de parámetros	11
5. Resultados y Discusión	11
6. Conclusión	15
7. Referencias	15

Resumen

Una trampa magneto-óptica (MOT) utiliza campos láser y un campo magnético que varía en el espacio para lograr capturar y enfriar átomos neutros. Se consiguió medir la temperatura de la nube de átomos a partir del análisis de su caída y expansión. También se buscó optimizar los diferentes parámetros que influyen en la temperatura de la nube.

1. Introducción

La implementación de trampas magneto-ópticas conforma una de las técnicas más usadas en el ámbito de la física cuántica y atómica. La misma ofrece una forma relativamente sencilla de establecer un sistema cuántico en el laboratorio. Es ampliamente utilizada en la realización de experimentos sobre información cuántica y también como primer paso para generar un condensado de Bose-Einstein.

Mediante el uso de láseres contrapropagantes se logra establecer lo que se conoce como una “melaza óptica”, un medio en el cuál los átomos pierden energía, permitiendo así el enfriamiento. Además, a partir de incluir un campo magnético no uniforme, se genera un pozo de potencial en un punto concreto al cual los átomos se ven atraídos, quedando capturados cerca del mismo. Todo este montaje permite llegar a alcanzar temperaturas de unos pocos microkelvin.

El objetivo de esta pasantía consistió fundamentalmente en lograr familiarizarse con el uso de espectroscopía aplicada a experimentos de física atómica. Concretamente se buscó establecer un método de medición de temperatura en la MOT del laboratorio, basado en la caída y expansión de la nube de átomos. Además, se intentó optimizar los diferentes parámetros que afectan a la temperatura de la trampa.

2. Fundamento teórico

Para lograr enfriar y capturar átomos en una cierta región del espacio lo que se hace es establecer dos tipos de fuerzas en los átomos. Una de ellas de tipo viscosa, que pueda quitar energía al sistema y por lo tanto disminuir su temperatura. Esta se genera a partir del efecto Doppler. La segunda fuerza busca llevar a los átomos a un punto determinado del espacio, estableciendo un pozo de potencial en torno al mismo. Esta se establece mediante el uso del efecto Zeeman. La implementación de estas dos fuerzas da lugar a la MOT.¹

2.1. Enfriamiento Doppler

Consideremos un átomo de 2 niveles y un haz de luz cuya frecuencia ω_L es ligeramente menor que la frecuencia de absorción del átomo ω_o . Debido al efecto Doppler, la

frecuencia del haz en el referencial del átomo ω depende de su velocidad \vec{v} y el vector de onda del haz \vec{k} como:

$$\omega = \omega_L - \vec{k} \cdot \vec{v}$$

Si el átomo tiene una velocidad que apunta en la dirección contraria a la propagación del haz, entonces $\vec{k} \cdot \vec{v} < 0$, por lo que la frecuencia en el referencial del átomo será mayor que la frecuencia del haz. Algunos átomos tendrán la velocidad justa para llegar a la resonancia. Estos absorberán un fotón, adquiriendo una cantidad de movimiento $\vec{p} = \hbar\vec{k}$. Luego reemitirán espontáneamente de forma aleatoria e isotrópica. De esta forma, tras muchas interacciones el átomo obtiene una cantidad de movimiento promedio en la dirección del haz.

En cambio, si el átomo se propaga en la dirección del haz, entonces $\vec{k} \cdot \vec{v} > 0$ y por tanto la frecuencia en el referencial del átomo se ve reducida, disminuyendo la probabilidad de absorción. Por lo tanto, los átomos experimentan un cambio de momento, o una fuerza, que se opone a su velocidad. Si ahora se emplean 3 pares de haces contrapropagantes (uno por cada dirección del espacio) que estén ajustados ligeramente por debajo de la frecuencia de resonancia, se puede obtener una fuerza viscosa \vec{F}_1 que dependa de la velocidad de los átomos como:

$$\vec{F}_1 \cong -\beta\vec{v}$$

Esta fuerza permite reducir la energía de los átomos en la MOT, y por lo tanto también su temperatura. Por otro lado, además de querer enfriar a los átomos también se busca capturarlos en una determinada posición. Aquí es donde entra el aspecto magnético de la trampa.

2.2. Potencial magneto-óptico

Para poder localizar a los átomos en una región concreta del espacio se hará uso de una fuerza restauradora, análoga a la que experimenta una masa acoplada a un resorte ideal. Esta fuerza será producida mediante campos láser y magnéticos a partir del siguiente mecanismo: supongamos dos anillos coaxiales idénticos que conducen corriente en dirección contraria. Estos producirán un campo magnético \vec{B} inhomogéneo, que se anula en el centro y es aproximadamente lineal en un entorno del mismo.

Ahora se introducen dos haces de luz contrapropagantes en el eje de los anillos, uno con polarización circular σ^+ desde la izquierda y el otro con polarización circular opuesta σ^- desde la derecha. Si se suponen átomos de dos niveles de energía con componentes hiperfinas $F = 0$ y $F = 1$, entonces por efecto Zeeman cada estado hiperfino degenerará en $2F + 1$ subniveles en presencia de un campo magnético (Figura 1). La variación de energía de cada subnivel está dada por la siguiente expresión:

$$\Delta E_{m_F} = g_F \mu_B B m_F \quad (1)$$

Donde g_F es el factor de Landé, μ_F el magnetón de Bohr y m_F el número magnético (con $m_F = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm F$). El signo de B cambia en el centro, por lo que si un átomo está a la izquierda del mismo, el signo de B será negativo. Entonces usando la ecuación (1) se deduce que $E_{m_F=+1} < E_{m_F=-1}$ a la izquierda del punto donde $B = 0$. Por lo tanto, en esta región las transiciones a $m_F = +1$ serán más probables que las transiciones a $m_F = -1$. Un factor a tener en cuenta es el hecho de que el haz con polarización σ^+ solo provoca transiciones con $\Delta m_F = +1$ y el haz σ^- transiciones con $\Delta m_F = -1$. Debido a esto, en la región izquierda se verá favorecida la absorción del haz σ^+ por sobre σ^- . Esto provoca una fuerza resultante hacia la derecha, llevando a los átomos hacia el centro.

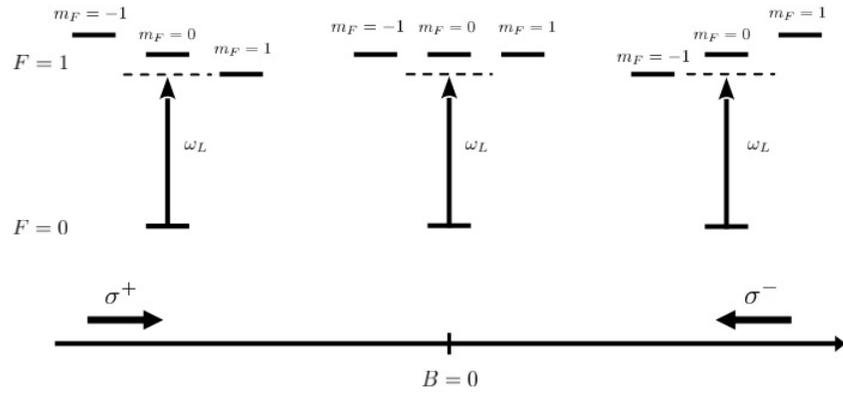


Figura 1. Esquema representativo del desdoblamiento de niveles de energía producido por un campo magnético lineal en el caso unidimensional.

De forma contraria, en la región derecha ocurre que $E_{m_F=-1} < E_{m_F=+1}$, favoreciendo la absorción del haz σ^- que empuja a los átomos hacia la izquierda. En consecuencia, si ahora tomamos en cuenta las demás direcciones del espacio, añadiendo un par de haces contrapropagantes σ^+ y σ^- por cada dirección, se obtiene como resultado una fuerza restauradora \vec{F}_2 que apunta siempre al punto donde $B = 0$:

$$\vec{F}_2 \cong -k\vec{r}$$

Por lo tanto, la fuerza total que experimentan los átomos en la MOT está dada por dos contribuciones:

$$\vec{F}_{MOT} \cong -\beta\vec{v} - k\vec{r}$$

3. Dispositivo experimental

Una vez ya discutido el mecanismo físico detrás del enfriamiento de los átomos, corresponde describir el montaje experimental realizado. La trampa construida en nuestro laboratorio busca enfriar muestras de rubidio natural, constituido por dos isótopos: ^{85}Rb

(72 %) y ^{87}Rb (28 %). En este caso se buscó ajustar a los láseres solo en las transiciones de ^{87}Rb , por lo que son estos los átomos que van a terminar siendo capturados.

A continuación, en la Figura 2 se detalla la estructura hiperfina de los niveles $5^2S_{1/2}$, $5^2P_{1/2}$ y $5^2P_{3/2}$ del ^{87}Rb . La frecuencia del láser principal, encargado de atrapar y enfriar a los átomos, se encuentra ajustada ligeramente por debajo de la frecuencia de la transición $5^2S_{1/2}(F = 2) \rightarrow 5^2P_{3/2}(F = 3)$. Los átomos excitados al nivel $5^2S_{1/2}(F = 2)$ decaen espontáneamente solo al nivel $5^2P_{3/2}(F = 3)$. Sin embargo, existe una pequeña posibilidad de que los átomos sean excitados al nivel $5^2P_{3/2}(F = 2)$, y que de ahí puedan decaer tanto a $5^2S_{1/2}(F = 2)$ como a $5^2S_{1/2}(F = 1)$. Por esta razón es que, al cabo de un tiempo, todos los átomos terminan en el nivel $5^2S_{1/2}(F = 1)$, rompiendo el ciclo de la trampa. Para solventar este problema se añade el láser de rebombado. Este es resonante con la transición $5^2S_{1/2}(F = 1) \rightarrow 5^2P_{1/2}(F = 2)$, el cual permite que los átomos vuelvan a caer en $5^2S_{1/2}(F = 2)$, reanudando el ciclo.

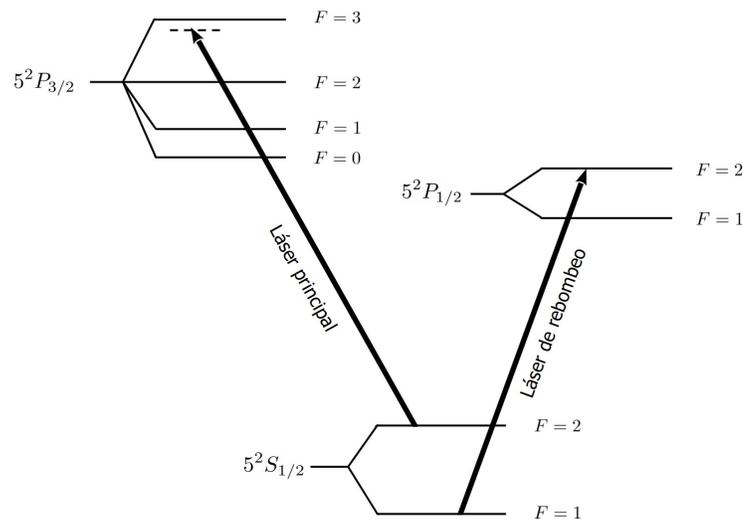


Figura 2. Esquema representativo de los niveles hiperfinos de ^{87}Rb . El láser principal se encuentra en la línea D2 (780,2 nm) y el de rebombado en la línea D1 (794,8 nm).

En la Figura 3 se muestra una foto de la MOT utilizada en este experimento. La misma está constituida fundamentalmente por seis ventanas de vidrio, las cuales permiten el acceso de los haces de luz. La MOT está conectada a una cámara de vacío, que permite presiones del orden de 10^{-8} Torr, y también a un dispensador de átomos de rubidio que se activa calentando una resistencia. El campo magnético que captura a los átomos es producido por dos bobinas en configuración anti-Helmholtz. A su vez, en el exterior de la trampa se encuentran 6 pares de bobinas (una por cada dirección). Estas se utilizan para generar un campo magnético de corrección, que pueda contrarrestar al campo de la Tierra. Apuntando al centro se tiene una cámara monocromática, conectada a la computadora que controla todo el experimento.



Figura 3. Foto de la MOT del laboratorio de física cuántica y atómica del IFFI. En el exterior se pueden apreciar las bobinas de corrección y la cámara monocromática que apunta al centro de la trampa.

Contigua a la mesa de la MOT se encuentra la mesa donde se estabilizan los láseres. Una foto de la misma se muestra en la Figura 4. En esta parte del experimento se busca ajustar la frecuencia de los láseres en la transición correcta. Para ello es necesario visualizar el espectro de absorción del rubidio e identificar la transición buscada. Lo que se hace es guiar al haz de luz a través de una celda de vapor de rubidio y registrar luego la luz transmitida. Se establece un barrido de frecuencia dentro de un cierto rango y se obtiene una curva de absorción. En cada transición se tendría que observar idealmente un pico de absorción muy estrecho. Sin embargo, lo que se obtiene a temperatura ambiente es una curva de tipo gaussiana, con un ancho de frecuencia más grande que la propia separación entre niveles hiperfinos. Este fenómeno se debe principalmente al efecto doppler, ya que los átomos pueden absorber fotones fuera de resonancia si su velocidad es la adecuada.

Por lo tanto, resulta imposible con este método poder identificar la transición correcta. Para solucionar este problema se hace uso de la técnica de espectroscopía de absorción saturada.² Esta consiste en la división del haz de luz en un primer haz poco intenso (haz 1) y un segundo haz más intenso (haz 2). Mediante el uso de espejos se logra que estos dos haces atraviesen la celda de vapor en direcciones opuestas. Supongamos un átomo dos niveles, con una frecuencia de transición ω_o . Si la frecuencia del haz está por debajo de ω_o , entonces el haz 1 solo es absorbido por los átomos que van en la dirección contraria con una cierta velocidad. Estos átomos no se verán influenciados por el haz 2, ya que estarán fuera de resonancia. Por lo tanto, para frecuencias distintas a ω_o la absorción del haz 1 es la misma que si no estuviera el haz 2. Si ahora la frecuencia es igual a ω_o entonces solo los átomos con $v = 0$ absorberán fotones del haz 1. Pero estos átomos también estarán en resonancia con el haz 2, que es lo suficientemente intenso

como para mantener a la mayoría de los átomos en el estado excitado, limitando la absorción del haz 1 debido a la saturación. De esta forma, se tiene que la presencia del haz 2 disminuye absorción del haz 1 en $\omega = \omega_o$, lo que se traduce en un pico estrecho en la curva de absorción.

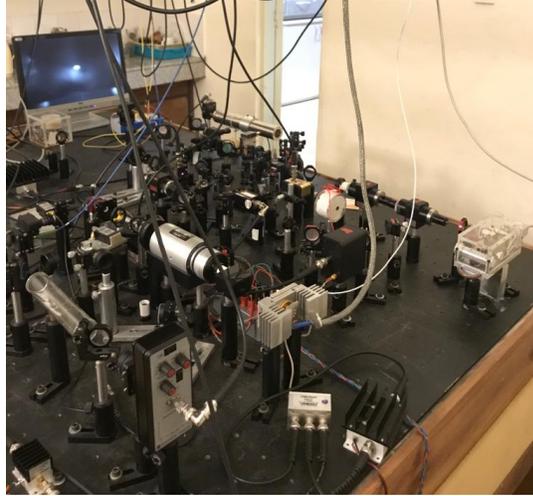


Figura 4. Foto de la mesa de láseres. En la esquina inferior derecha se encuentran el láser principal y de rebombeo. La pantalla que aparece en la esquina superior izquierda muestra a la nube de átomos de la MOT en tiempo real.

Ahora se tiene una forma de identificar a la transición. Para poder calibrar la frecuencia del láser se visualiza la transmisión del haz en un osciloscopio, como se muestra en la Figura 5. La señal de error (curva amarilla) corresponde a la derivada de la señal de absorción (curva azul). Esta señal de error cambia su signo en torno al pico de absorción (de positivo a negativo). Ante eventuales fluctuaciones en la frecuencia lo que se hace es programar al láser para ajuste la misma según el signo del error de forma automática, tal que siempre se mantenga en torno a la frecuencia correcta.

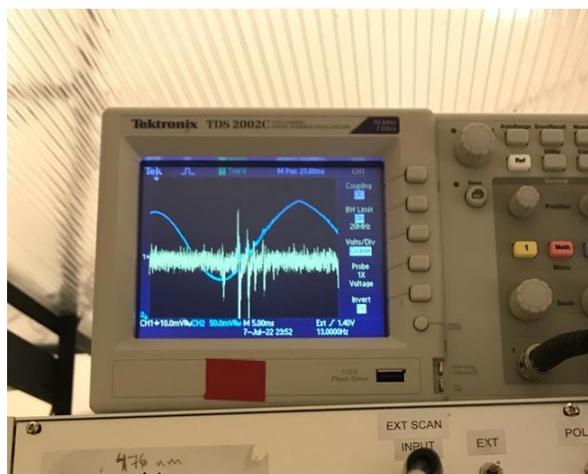


Figura 5. Foto del osciloscopio utilizado para calibrar la frecuencia del láser principal. La curva azul corresponde a señal de absorción mientras que la amarilla corresponde a la señal de error.

La luz ya calibrada en la mesa de láseres es enviada a la mesa de la MOT a través de cables de fibra óptica. Una vez allí, esta es dividida usando espejos en tres pares que convergen en el centro de la trampa. Un esquema general de la disposición de los diferentes elementos del experimento se puede ver en la Figura 6. Un objetivo importante de esta experiencia fue el de optimizar los diferentes parámetros que intervienen en la temperatura de la MOT. Todos estos parámetros son controlados desde una misma computadora. La misma se encuentra conectada a una tarjeta NI, que tiene entradas y salidas de voltaje (tanto analógicas como digitales) en un rango de -10 V a 10 V . Cada parámetro es regulado por un voltaje distinto.

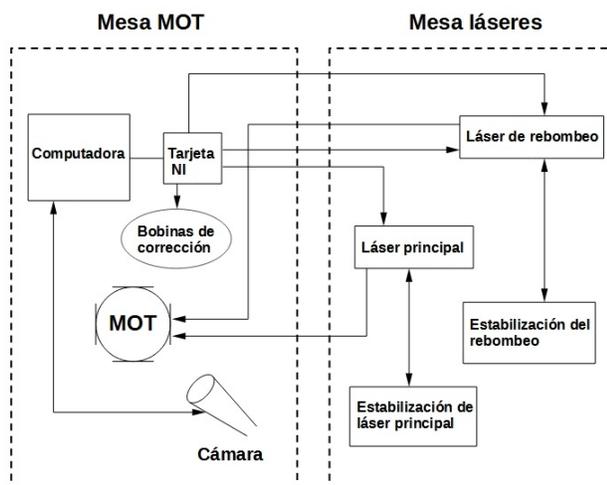


Figura 6. Esquema representativo de los diferentes elementos que intervienen en el experimento.

3.1. Secuencia

Para cada medición que se quiera tomar de la MOT es necesario primero seguir una cierta secuencia de pasos determinada, representada en la Figura 7. La misma comienza encendiendo la bobina principal y aumentando la intensidad de los haces de luz. Esta etapa carga a la MOT y dura unos 2,4 s. Al final de la misma se establece un equilibrio, llegando a una cierta temperatura límite de la cual no se puede seguir bajando si las condiciones se mantienen iguales. Por esta razón es que a continuación se establece una etapa de enfriamiento, en la que se apaga la bobina principal y se reduce la intensidad de los haces por unos 20 ms. Una vez pasado este tiempo, se vuelve a aumentar la intensidad de luz y se saca una foto de la nube.

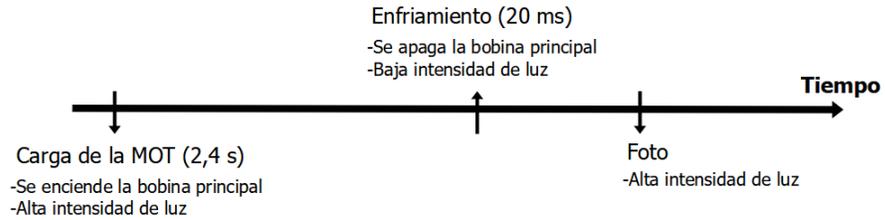


Figura 7. Línea temporal que muestra los pasos empleados en la secuencia utilizada para cada medición que se quiera tomar de la MOT

4. Métodos

4.1. Principio de medición de temperatura

Para poder establecer un método de medición de temperatura en la MOT se puede partir de la distribución de Maxwell-Boltzmann para la densidad de probabilidad en velocidades $f(\vec{v})$ de un gas ideal:

$$f(\vec{v}) = \left(\frac{m}{2\pi k_b T}\right)^{3/2} e^{-\frac{mv^2}{2k_b T}} = \left(\frac{m}{2\pi k_b T}\right)^{3/2} e^{-\frac{v^2}{2\sigma_v^2}}$$

Dada esta distribución de velocidades y una cierta densidad de átomos inicial $\rho_o(\vec{r})$, se puede deducir la densidad $\rho(\vec{r}, t)$ en cualquier tiempo. Suponiendo que los átomos interactúan débilmente entre sí, se cumplirá que en un tiempo t la posición de un átomo es $\vec{r} = \vec{r}_o + \vec{v}t$, donde \vec{r}_o es su posición inicial. Por lo tanto, si todos los átomos se movieran con la misma velocidad \vec{v} , se tendría que $\rho(\vec{r}, t) = \rho_o(\vec{r} - \vec{v}t)$. Sin embargo, sabemos que en cada punto del espacio se tiene una distribución de velocidades $f(\vec{v})$. Entoces $\rho(\vec{r}, t)$ va a estar dada por la expresión anterior pero integrada en todas las velocidades con la distribución de probabilidad $f(\vec{v})$:

$$\rho(\vec{r}, t) = A \int \rho_o(\vec{r} - \vec{v}t) e^{-\frac{v^2}{2\sigma_v^2}} d^3v'$$

Donde A es una constante. Si la densidad inicial es una gaussiana $\rho_o(\vec{r}) = Ke^{\frac{-r^2}{2\sigma_r^2(0)}}$, con K una constante y $\sigma_r(0)$ la desviación estándar de la nube, entonces la densidad evoluciona como:

$$\rho(\vec{r}, t) = Ke^{\frac{-r^2}{2(\sigma_r^2(0) + \sigma_v^2 t^2)}}$$

Por lo que, si se supone una distribución inicial gaussiana, la desviación estándar de la densidad (que tomaremos como el ancho de la nube) tiene una dependencia temporal de la forma:

$$\sigma_r^2(t) = \sigma_r^2(0) + \sigma_v^2 t^2 = \sigma_r^2(0) + \frac{k_b T}{m} t^2 \quad (2)$$

Si la forma inicial de la nube no es exactamente gaussiana esta expresión puede seguir valiendo si se deja esperar el suficiente tiempo. Esto debido al hecho de que el producto de convolución de la densidad inicial con el factor $f(\vec{v})$ se asemeja cada vez más a una gaussiana a medida que el tiempo crece. A partir de la ecuación (2), se puede ver fácilmente que la temperatura está directamente relacionada con la velocidad de expansión de la nube. Por lo tanto, se buscó determinar una forma de cuantificar esta velocidad de expansión.

Concretamente lo que se hizo fue, una vez capturada la nube de átomos en la MOT, apagar la trampa y dejarla evolucionar. A medida que la nube cae y se expande, se van sacando fotos cada cierto intervalo de tiempo.

A cada foto se le proyecta su luminosidad en los ejes x e y , obteniendo dos curvas aproximadamente gaussianas. A estas curvas se las ajusta numéricamente y de este ajuste se obtienen las desviaciones estándar σ_x^2 y σ_y^2 para cada tiempo.

Sin embargo, estos anchos estarán en pixeles, ya que se obtienen directamente de las fotos tomadas por la cámara. Para encontrar el coeficiente C que permite pasar de pixeles a metros se analizó la caída libre de la nube. Una vez se apaga la MOT, la nube cae con aceleración constante $g = 9,81m/s^2$. Por lo tanto, las coordenadas y de los átomos evolucionan en forma cuadrática con el tiempo ($y(t) = y_o + v_{yo}t - \frac{1}{2}gt^2$). En este caso se escoge analizar la dependencia temporal del baricentro de la nube (el pico de la gaussiana en el eje y). Una vez obtenida la gráfica de posición del baricentro en pixeles como función del tiempo se ajustan los datos por una función cuadrática.

Con esto se puede obtener la aceleración gravitatoria pero expresada en pixeles a partir del coeficiente cuadrático del ajuste que llamaremos q . Sabiendo que su correspondiente valor en metros es de $9,81m/s^2$ se deduce que:

$$C = \frac{9,81}{2q} \quad (3)$$

En resumen, se pueden obtener los anchos x e y de la nube expresados en metros analizando su caída. Un ejemplo de caída se puede ver en la Figura 8, pudiendo notar cómo la nube a medida que cae también se va expandiendo.

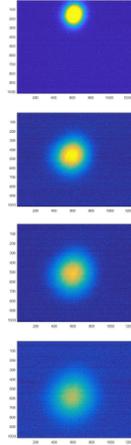


Figura 8. Caída de la nube de átomos, desde 5 ms a 20 ms una vez se la deja caer. Se muestran las fotos sacadas por la cámara monocromática en cuatro tiempos distintos. El tiempo crece de arriba hacia abajo. El amarillo corresponde a una intensidad de luz alta y el azul a una más baja.

4.2. Optimización de parámetros

Una parte fundamental del proyecto consistió en la optimización de los diferentes parámetros que afectan a la temperatura de la MOT. En concreto, se analizó la dependencia de la temperatura con la frecuencia del láser principal, intensidad de láser principal y de rebombeo, y la intensidad de los campos magnéticos de corrección en cada eje.

Cada parámetro es controlado por una tarjeta NI y su valor es establecido por un voltaje de salida, el valor del parámetro crece con este voltaje. Para cada valor del parámetro, en un cierto rango, se midió la desviación estándar de la nube en los ejes x e y . Todas estas mediciones se hicieron para un tiempo de caída concreto, ya que cuanto mayor es el ancho de la nube en un cierto tiempo, mayor es su temperatura. Por lo tanto, se busca minimizar la desviación estándar en función de cada parámetro.

5. Resultados y Discusión

A continuación, se muestra un ejemplo concreto de medición de temperatura a partir de los datos obtenidos durante la caída de la nube. En este caso, se analizaron 25 tiempos diferentes, de 5 ms a 20 ms de haber apagado la trampa. Para cada uno de estos tiempos se encuentra la posición vertical del baricentro (Figura 9) y los anchos de la nube (Figura 10 y 11).

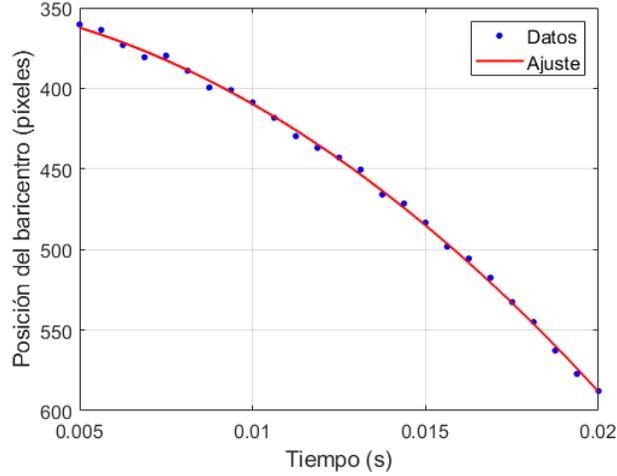


Figura 9. Gráfica de posición vertical del baricentro (expresada en pixeles) en función del tiempo de caída de la nube. Los datos obtenidos a partir del ajuste gaussiano se muestran como puntos azules y el ajuste cuadrático como una línea roja continua.

A partir de este ajuste se obtiene un coeficiente cuadrático $q = 5,5786 \times 10^5 px/s^2$. Por lo que, a partir de la ecuación (3), se tiene que el factor de conversión es de $C = 8,7925 \times 10^{-6} m/px$. Una vez obtenido este factor es posible expresar los anchos de la nube en metros. Mediante los ajustes cuadráticos de ancho al cuadrado en función del tiempo se puede obtener la temperatura a partir de la ecuación (2).

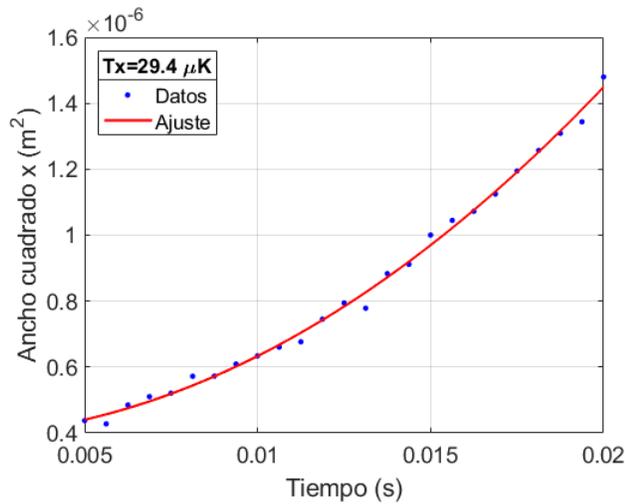


Figura 10. Gráfica de ancho al cuadrado del eje x en función del tiempo de caída. Los datos obtenidos a partir del ajuste gaussiano se muestran como puntos azules y el ajuste cuadrático como una línea roja continua. La temperatura obtenida a partir de este ajuste es de $T_x=29,4\mu K$.

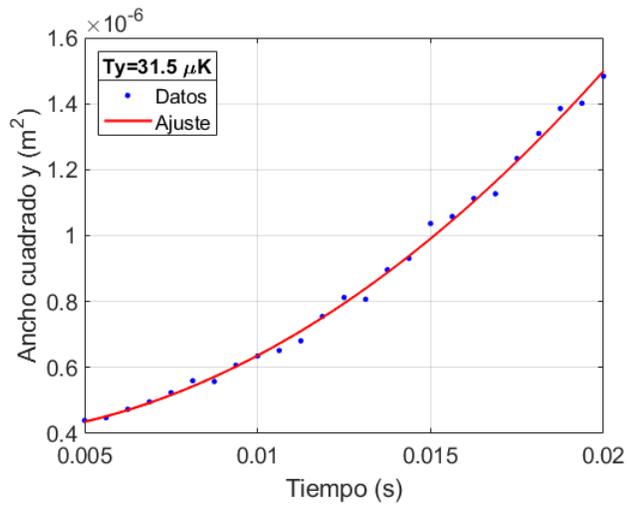


Figura 11. Gráfica de ancho al cuadrado del eje y en función del tiempo de caída. Los datos obtenidos a partir del ajuste gaussiano se muestran como puntos azules y el ajuste cuadrático como una línea roja continua. La temperatura obtenida a partir de este ajuste es de $T_y = 31,5 \mu K$.

A continuación, se muestra la dependencia encontrada en la desviación estándar (temperatura) respecto a los parámetros ya mencionados. En la Figura 12 se muestra la dependencia respecto a los parámetros de los láseres y en la Figura 13 respecto a las intensidades de los campos de corrección.

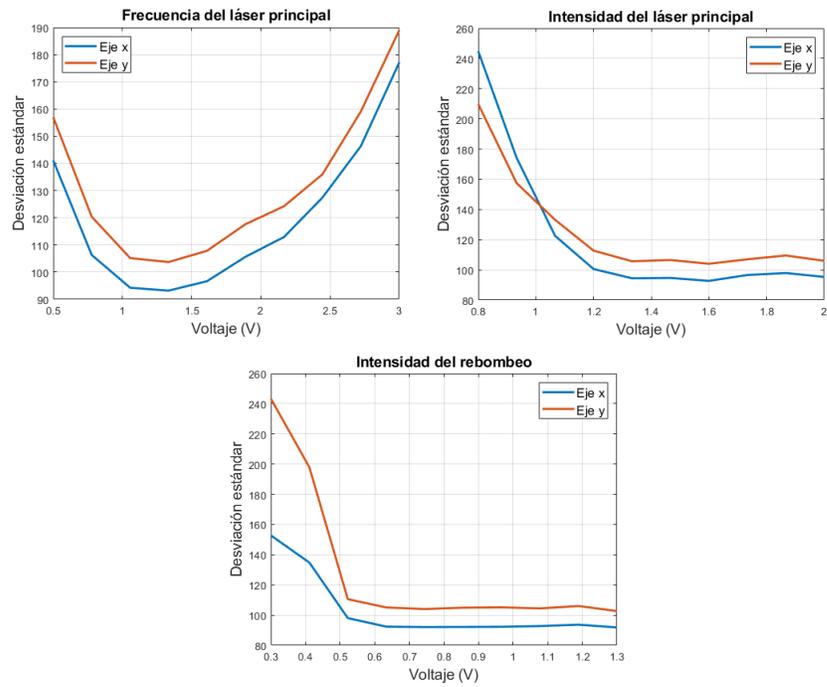


Figura 12. Gráficas de desviación estándar de la nube en los ejes x e y respecto a la frecuencia del láser principal, intensidad del láser principal e intensidad del rebombeo

Para la frecuencia del láser principal, se puede apreciar un claro mínimo cerca de $1,4 V$. Luego para la intensidad del principal se tiene que la desviación estándar deja de tener variaciones significativas a partir de $1,3 V$, por lo que el valor óptimo se encuentra en torno al mismo si lo que se busca es usar la menor intensidad posible. Por último, en la gráfica de intensidad del rebombeo se tiene un comportamiento parecido, resultando en un valor óptimo cercano a $0,6 V$.

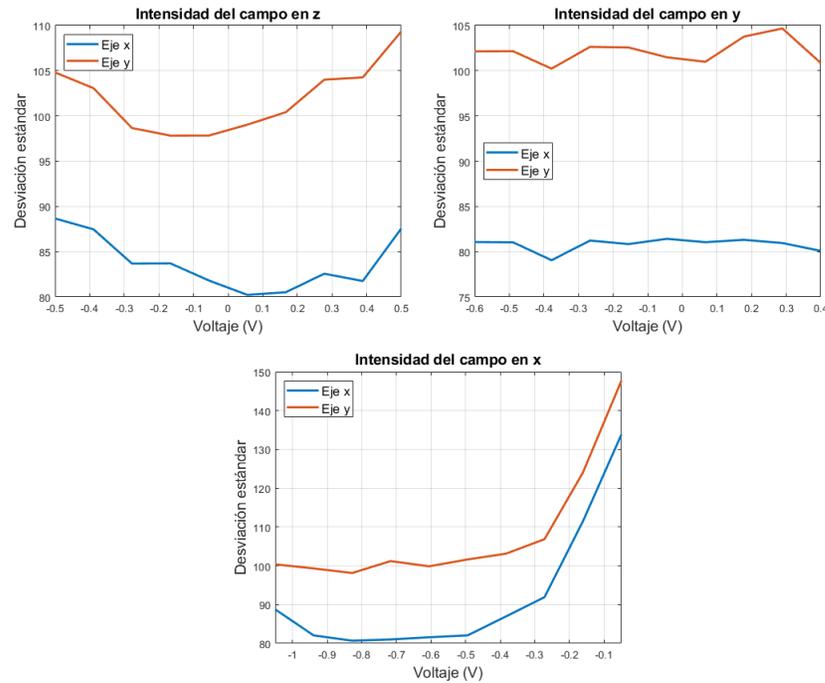


Figura 13. Gráficas de desviación estándar de la nube en los ejes x e y respecto a la intensidad de los campos de corrección en las direcciones z, x e y

Por otro lado, la desviación estándar carece de cambios significativos tanto para la intensidad de campo magnético en la dirección z como en la dirección y. Sin embargo, para el caso de la dirección x se tiene un considerable aumento una vez se pasa de los $-0,4 V$, quedando este como el valor óptimo.

6. Conclusión

A lo largo de la pasantía se consiguió familiarizarse con los conceptos fundamentales de espectroscopía atómica y también con los diferentes elementos involucrados en este experimento, en particular con la estabilización de los láseres utilizados y el sistema de control de todo el montaje. A su vez, se logró medir satisfactoriamente la temperatura de la nube de átomos en la trampa magneto-óptica, obteniendo una temperatura de unos $30 \mu K$. También se consiguió optimizar los distintos parámetros que intervienen en la temperatura.

7. Referencias

1. K. Kowalski, V. Cao Long, K. Dinh Xuan, M. Głódź, B. Nguyen Huy, J. Szonert. (2010). Magneto-optical Trap: Fundamentals and Realization. ICHB PAS Poznan Supercomputing and Networking Center. <https://doi.org/10.12921/CMST.2010.SI.02.115-129>

2. Preston, D. W. (1996). Doppler-free saturated absorption: Laser spectroscopy. In *American Journal of Physics* (Vol. 64, Issue 11, pp. 1432–1436). American Association of Physics Teachers (AAPT). <https://doi.org/10.1119/1.18457>