



FORMULARIO 2025
Seminario de Posgrado

1. Título:
Categorías derivadas

2. Profesor:
Viviana Gubitosi

3. Responsable:
(en caso de no ser el Profesor un investigador del PEDECIBA)

4. Marque la disciplina más cercana al curso:

- Álgebra xx
- Análisis
- Análisis numérico
- Ecuaciones diferenciales; EDP
- Estadística
- Fundamentos
- Geometría
- Geometría algebraica
- Matemática Aplicada
- Probabilidad
- Sistemas Dinámicos
- Teoría de Números
- Otros: (especificar)

5. Fecha de inicio: 10 de marzo de 2026

6. Fecha de finalización estimada: 1 de julio de 2026

7. Horas de reunión semanal:

2

8. Conocimientos previos recomendados:

Anillos y módulos, Álgebra Homológica

9. Método de aprobación del seminario:
(cantidad de exposiciones por estudiante)

al menos 2 exposiciones

10. Programa del Seminario:

- Revisar conceptos de Álgebra Homológica necesarios, incluyendo complejos de módulos (o de objetos en una categoría abeliana \mathcal{A})
- homología y la categoría de homotopía $\mathcal{K}(\mathcal{A})$.
- Definir y comprender el concepto de cuasi-isomorfismo y el papel que juega en la construcción de la Categoría Derivada.
- Entender el proceso de localización para construir la Categoría Derivada $\mathcal{D}(\mathcal{A})$ como la localización de la categoría de homotopía $\mathcal{K}(\mathcal{A})$ con respecto a los cuasi-isomorfismos.
- Identificar la estructura de $\mathcal{D}(\mathcal{A})$ como una categoría triangulada y manejar sus axiomas, especialmente el functor de traslación o shift.

Temario desarrollado:

Repasso de Categorías Abelianas:

- Definición y propiedades clave (existencia de kernels, cokernels, sumas y productos finitos).
- Ejemplos principales: $\text{Mod}(R)$, $\text{Coh}(X)$.
- Complejos de Objetos y Homología:
- Definición de un complejo de objetos (o cadena) y el operador de diferencial d .
- Concepto de homología $H^i(C^\bullet)$ y el functor de homología.
- Morfismos de complejos y repaso del lema de la serpiente
- Funtores Aditivos y Exactitud: Functor exacto por la izquierda, exacto por la derecha y exacto.
- Objetos inyectivos y proyectivos.

Categoría de Homotopía y Cuasi-Isomorfismos

- Homotopía de Complejos: Definición de morfismo homótopo a cero y la relación de homotopía (\sim).
- La Categoría de Homotopía $\mathcal{K}(\mathcal{A})$.
- Morfismos en $\mathcal{K}(\mathcal{A})$
- Cuasi-Isomorfismos: Definición y Propiedades.

Localización de Categorías:

- Concepto general de localización de una categoría con respecto a una clase de morfismos \mathcal{S} -
- La Categoría Derivada $\mathcal{D}(\mathcal{A})$:
- Definición formal.
- Representación de morfismos en $\mathcal{D}(\mathcal{A})$.

Categorías trianguladas:

- Estructura de Categoría Triangulada: Axiomas de una Categoría Triangulada.
- El functor de traslación (shift) $[1]$.

- La definición de los triángulos distinguidos en $\mathcal{D}(\mathcal{A})$ y su papel como "sucesiones exactas" generalizadas.
- estructura triangulada de la cat. Derivada.

11. Bibliografía:

a) Básica:

Kashiwara, Masaki y Schapira, Pierre. Categories and Sheaves.

María Julia Redondo y Andrea Solotar: notas. Derived categories and their applications.

Dieter Happel, Triangulated categories in the representation of finite-dimensional algebras.

b) Complementaria:

Amnon Yekutieli - Derived Categories-Cambridge University Press (2020)