



FORMULARIO 2025
Seminario de Posgrado

1. Título:

La conjetura de Golomb-Welch y problemas relacionados

2. Profesor:

Claudio Qureshi

3. Responsable:

(en caso de no ser el Profesor un investigador del PEDECIBA)

4. Marque la disciplina más cercana al curso:

- Álgebra (X)
 - Análisis
 - Análisis numérico
 - Ecuaciones diferenciales; EDP
 - Estadística
 - Fundamentos
 - Geometría
 - Geometría algebraica
 - Matemática Aplicada
 - Probabilidad
 - Sistemas Dinámicos
 - Teoría de Números
 - Otros: Matemática Discreta
-

5. Fecha de inicio: 17-03-2025

6. Fecha de finalización estimada: 04-07-2025

7. Horas de reunión semanal: 2 horas

8. Conocimientos previos recomendados: Álgebra, Teoría de números

9. Método de aprobación del seminario: 2 exposiciones orales (eventualmente en duplas)

(cantidad de exposiciones por estudiante)



10. Programa del Seminario:

Nociones de teoría de códigos, códigos y reticulados, introducción al problema/conjetura de Golomb-Welch (versión débil y fuerte).
Códigos perfectos Lee en dimensión 2 (con radio arbitrario) y para radio 1 (y dimensión arbitraria).
El primer caso de la conjetura: no existencia de códigos Lee perfectos en dimensión $n=3$ para radio $e>1$.
Resultados de no existencia para dimensión $n=4$ y radio $e>1$.
No existencia de códigos Lee perfectos para radio suficientemente grande.
Resultados de no existencia usando funciones generatrices y geometría.
Resultados de no existencia para el caso lineal de la conjetura (criterio del homomorfismo restringido) para radios pequeños.
Aplicaciones para memoria flash y para almacenamiento basado en DNA.
Extensión para códigos perfectos en la métrica L_p .
Extensiones para códigos casi-perfectos

11. Bibliografía:

- [1] P. Horak and D. Kim. 50 years of the Golomb–Welch conjecture. *IEEE Transactions on Information Theory* 64.4: 3048–3061, 2017.
- [2] S. W. Golomb and L. R. Welch. Perfect codes in the Lee metric and the packing of polyominoes. *SIAM J. Appl. Math.*, vol. 18, pp. 302–317, 1970.
- [3] K. A. Post. Nonexistence theorems on perfect Lee codes over large alphabets. *Information and Control*, 29(4), 369–380, 1975.
- [4] S. Gravier, M. Mollard, C. Payan. On the non-existence of 3- dimensional tiling in the Lee metric. *European Journal of Combinatorics*, 19(5), 567–572, 1998.
- [5] S. Spacapan. Nonexistence of face-to-face four-dimensional tilings in the Lee metric. *European Journal of Combinatorics*, 28(1), 127–133, 2007.
- [6] P. Horak. Tilings in the Lee metric. *European Journal of Combinatorics*, 30(2), 480–489, 2009.
- [7] P. Horak and O. Grosek. A new approach towards the Golomb–Welch conjecture. *European Journal of Combinatorics*, 38, 12–22, 2014.
- [8] D. Kim Nonexistence of perfect 2-error-correcting codes in certain dimensions. *European Journal of Combinatorics*, 63, 1–5, 2017
- [9] T. Zhang and G. Ge. Perfect and quasi-perfect codes under the L_p metric. *IEEE Transactions on Information Theory*, 63(7), 4325–4331, 2017



- [10] C. Qureshi, A. Campello, S.I.Costa. Non-existence of linear perfect Lee codes with radius 2 for infinitely many dimensions. *IEEE Transactions on Information Theory*, 64(4), 3042-3047, 2018.
- [11] C. Qureshi. On the non-existence of linear perfect Lee codes: The Zhang–Ge condition and a new polynomial criterion. *European Journal of Combinatorics*, 83, 103022, 2020.
- [12] K. H. Leung and Y. Zhou, No lattice tiling of $\mathbb{Z}^n$ by lee sphere of radius 2. *J. Combinat. Theory A*, vol. 171, 105157, 2020.
- [13] M. Schwartz, “Quasi-cross lattice tilings with applications to flash memory,” *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 58, no. 4, pp. 2397–2405, 2012.
- [14] R. Gabrys, H.M. Kiah, O. Milenkovic. Asymmetric Lee distance codes for DNA-based storage. *IEEE Transactions on Information Theory*, 63(8), 4982-4995, 2017.
- [15] C.Q. Queiroz, C. Camarero, C. Mart´inez, and R. Palazzo, Jr. Quasiperfect codes from Cayley graphs over integer rings, *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 59, no. 9, pp. 5905–5916, 2013.
- [16] A. Campello, G.C. Jorge, J.E. Strapasson, S.I. Costa. Perfect codes in the l_p metric. *European Journal of Combinatorics*, 53, 72-85, 2016.
- [17] K. Bibak, B. M. Kapron, and V. Srinivasan, The Cayley graphs associated with some quasi-perfect Lee codes are Ramanujan graphs, *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 62, no. 11, pp. 6355–6358, 2016.
- [18] R. Greenfeld and T. Tao. A counterexample to the periodic tiling conjecture. *Annals of Mathematics*, 2024, vol. 200, no 1, p. 301-363.