

SISTEMAS DINÁMICOS APLICADOS A PROBLEMAS DE CIENCIAS E INGENIERÍA 2023

Objetivo del Curso:

Utilización de la Teoría de los Sistemas Dinámicos a problemas planteados en diferentes contextos, principalmente de la Física y la Biología, pero también de la Economía e Ingeniería. Se presentará tratamiento analítico, así como cálculo numérico para diversos problemas.

Público:

Se trata de un curso destinado a clases diferentes de estudiantes tanto de **grado** como de **postgrado** en:

- a) Física (todas las opciones)
- b) Agronomía
- c) Biología (opciones Biofísica, Biomatemática, Ecología, Biofísica y Virología)
- d) Geociencias
- e) Ingeniería

Carga horaria: 4 horas de teórico/práctico.

Aprobación:

- Entrega y presentación de Ejercicios: hasta 30 puntos.
- Seminarios de presentación de artículos: hasta 20 puntos.
- Proyecto de Fin de Curso (incluye presentación oral): hasta 50 puntos.

Se requiere un mínimo de 66 puntos para aprobar el examen.

Programa:

1) INTRODUCCIÓN Y CONCEPTOS BÁSICOS

- 1.1 De los Problemas Reales a los Sistemas Dinámicos. [Gilmore]
- 1.2 La Importancia de Ser No Lineal. [Strogatz]
- 1.3 Estabilidad Lineal. [Strogatz]
- 1.4 Tiempo continuo vs. tiempo discreto [Fort 2020].

2) SISTEMAS DE UNA ESPECIE (FLUJOS UNIDIMENSIONALES) NO ESPACIALES

- 2.1 El crecimiento auto-regulado: La ecuación logística. [Boccaro, Brauer, Murray, Pastor].
- 2.2 Distintos tipos de Consumo (pastoreo, pesquerías, etc).
- 2.3 Estados Alternativos y Transiciones Catastróficas.
- 2.3A El Modelo *Spruce-Budworm* o LJH. [Boccaro, Murray, Pastor]

- 2.3B Conceptos Básicos de la Teoría de Catástrofes. [Gilmore]
- 2.3C La catástrofe cuspidal y el Modelo de Guinzburg-Landau. [Gilmore]
- 2.3D Extensión de la Teoría de Catástrofes a parámetros dinámicos: Convenciones de Retraso y de Maxwell. [Gilmore]
- 2.4 Teoría Elemental de Bifurcaciones [Boccaro, Pastor, Strogatz]
- 2.4A Forma Canónica de las Bifurcaciones.[Boccaro,, Murray, Pastor]
- Bifurcaciones Saddle-Node, Transcrítica y Tridente.
- 2.4B Catástrofes como Bifurcaciones Imperfectas.

3) SISTEMAS DE DOS ESPECIES (FLUJOS BIDIMENSIONALES) NO ESPACIALES

- 3.1 Dinámica de Predador-Presa. [Boccaro, Murray, Pastor, Strogatz]
- 3.1 A Modelo de Lotka Volterra Predador Presa. Oscilaciones y Principio de Volterra.
- 3.1 B Plano de Fases y Estabilidad Lineal.
- 3.2 Modelos Realistas de Predador Presa.
Aplicaciones a la Producción Ganadera.
- 3.3 Ciclos Límite. [Strogatz]
- 3.3 A Descartando la existencia de órbitas cerradas: sistemas conservativos; criterio de Liapunov.
Existencia de trayectorias cerrada: Teorema de Poincaré-Bendixon.
- 3.3 B Ejemplos: Glicólisis y oscilador de van der Pol.
- 3.4 Bifurcaciones en dos dimensiones [Strogatz, Lynch]
Bifurcación de Hopf.
- 3.5 Competencia y Principio de Exclusión Competitiva. [Murray, Pastor]
- 3.6 Mutualismo. [Murray, Pastor]
Mutualismo Facultativo y obligatorio.

4) SISTEMAS DE n ESPECIES (FLUJOS MULTIDIMENSIONALES) NO ESPACIALES

- 4.1 Modelos Generalizados de Lotka-Volterra. [Fort 2020, May, Murray, Pastor]
- 4.2 Competencia en el Espacio de Nichos. [May]
- 4.3 Modelos de epidemias SIR. [Murray]

5) MODELOS DE EVOLUCIÓN.

- 5.1 La ecuación de selección natural. [Nowak].
- 5.1A El concepto de fitness de Malthus.
- 5.1B Aplicación 1: evolución de variantes de COVID.
- 5.1C La ecuación de Price.
- 5.2 Mutaciones.
- 5.2A La ecuación de Crow-Kimura.
- 5.2B El Modelo de Cuasiespecies. [Hofbauer and Sigmund]
- 5.3 Selección dependiente de la frecuencia. [Nowak]
- 5.3A La Dinámica de Replicador para modelar la selección natural.
- 5.3B Replicador con mutaciones.
- 5.4 Economía Evolutiva [Fort 2022].
Aplicación: modelos de mercados y competencia internacional.

Bibliografía:

- Boccaro N. (2004) *Modeling Complex Systems*, New York, Springer-Verlag [Caps. 2,3,4,6,8].

- Brauer F. and Castillo-Chávez C. (2001), *Mathematical Models in Population Biology and Epidemiology*, Springer, New York.
- Fort, H. (2020) *Ecological Modelling and Ecophysics: Agricultural and environmental applications* (IOP ebooks), IOP, Bristol, UK.
- Fort, H. (2022) *Forecasting with Maximum Entropy. The interface between physics, biology, economics and information theory* (IOP ebooks), IOP, Bristol, UK.
- Gilmore R (1981) *Catastrophe Theory for Scientists and Engineers*, Dover.
- Lynch (2003) *Dynamical Systems with Applications using MATLAB*, Birkhäuser.
- Murray J. D. (1993) *Mathematical Biology* 2nd ed. Springer Verlag, 1993 [Caps. 3 y 4].
- Nowak M. (2006) *Evolutionary Dynamics: Exploring the Equations of Life*, Harvard University Press.
- Pastor J. (2008) *Mathematical Ecology of Populations and Ecosystems*, Wiley-Blackwell [Caps.3,5-10]
- Sigmund K. and Hofbauer J. (1998) *Evolutionary Games and Population Dynamics*, Cambridge University Press.
- Strogatz S (1994) *Nonlinear Dynamics and Chaos with Applications to Physics, Biology, Chemistry and Engineering*, Perseus [Caps 1-8)].

Libros de interés general:

- J. Maynard Smith and E. Szathmáry, *The Major Transitions in Evolution*, Oxford Univ. Press 1995.