



FORMULARIO 2025
Curso de Posgrado

1. Título: Introducción a la teoría geométrica de grupos

Abreviatura de título: Teoría geométrica de grupos

2. Profesor: Juan Alonso

3. Responsable:

(en caso de no ser el Profesor un investigador del PEDECIBA)

4. Marque la disciplina más cercana al curso:

- Álgebra
- Geometría

5. Fecha de inicio:

Puede ser en el 1er o 2do semestre, con preferencia por el 2do semestre.
(Calendario FCien)

6. Fecha de finalización estimada: Dicho en el punto anterior

7. Horas de clase teóricas: 2 clases de 1h 30 por semana

8. Horas de clase prácticas/consulta: 1h por semana

9. Otros horarios de actividad presencial:

10. Total de horas presenciales (suma de los tres puntos anteriores): 60

11. Método de aprobación: Entrega de ejercicios y/o exposiciones (dependiendo del tiempo disponible y preferencia de los estudiantes). Examen final teórico.

12. Conocimientos previos recomendados: Conocimientos básicos de topología y teoría de grupos.

13. Programa del Curso: La teoría geométrica de grupos se trata de entender las propiedades algebraicas de un grupo a través de estudiar sus posibles acciones por isometrías en diversos espacios geométricos (ej. árboles, variedades, etc.). Este abordaje es central en el estudio de grupos infinitos en la actualidad, y está muy ligado a la topología algebraica (grupo fundamental), además de tener gran conexión con la geometría y la dinámica.

El objetivo es dar una introducción básica a dicha teoría, estudiando algunos resultados y ejemplos clásicos, y dando un panorama que facilite la entrada en el tema y un posterior estudio más específico, así como su aplicación a otros campos de la matemática.

El programa es ajustable a los conocimientos previos e intereses de los estudiantes. Al final del curso se podrá elegir entre varios tópicos a tratar.

- 1) Presentaciones de grupos: grupos libres y propiedad universal, generadores y relaciones, problemas clásicos de la teoría combinatoria de grupos (problemas de la palabra, conjugación, isomorfismo).
- 2) Acciones de grupos: Grafos y complejos de Cayley y de Schreier, acciones lineales y por transformaciones de Moebius, lema del ping-pong.
- 3) Acciones en árboles:
 - Acciones libres: teoría de los grupos libres, dobleces de Stallings, automorfismos.
 - Acciones con estabilizadores: teoría de Bass-Serre, teorema de Kurosh.
 - Acciones con punto fijo global (raíz): grupos de Burnside, grupo de Grigorchuk.
- 4) Acciones en 2-complejos: grupo fundamental y teorema de Van Kampen, grupos de superficie, teorema de Grushko.
- 5) Geometría gruesa: Commensurabilidad e isomorfismo virtual, quasi-isometría, lema de Schwarz-Milnor, rigidez, funciones de Dehn.
- 6) Tópicos a elección:
 - a) Fines de grupos y teorema de Stallings.
 - b) Grupos y espacios hiperbólicos (de Gromov).
 - c) Crecimiento de grupos.

d) Ejemplos en más profundidad (a elección): Grupos de Coxeter y de Artin. Grupos de Thompson. Mapping class groups. Grupos de trenzas. Lamplighter groups. Grupos de 3-variedades y orbifolds.

13. Bibliografía:

Principal:

M. Belolipetsky, G. Teixeira, Introdução à Teoria Geométrica de Grupos. (IMPA 2024).



PROGRAMA DE DESARROLLO DE LAS CIENCIAS BÁSICAS
Ministerio de Educación y Cultura - Universidad de la República

Área Matemática

M. Clay, D. Margalit (Eds.), *Office hours with a geometric group theorist.* (Princeton Univ. Press. 2017).

J. Stillwell, *Classical Topology and Combinatorial Group Theory.* (Springer 1993).

De referencia:

C. Drutu, M. Kapovich, *Geometric Group Theory.* (American Math. Soc. 2018).

J. Meier, *Groups, Graphs and Trees.* (Cambridge Univ. Press. 2008).

J. P. Serre, *Trees.* (Springer. 1980).