



**FORMULARIO 2024**  
**Seminario de Posgrado**

**1. Título: Dinámica de billares triangulares**

---

**2. Profesor: Alfonso Artigue**

**3. Responsable:**

*(en caso de no ser el Profesor un investigador del PEDECIBA)*

---

**4. Marque la disciplina más cercana al curso:**

- Álgebra
  - Análisis
  - Estadística
  - Fundamentos
  - Geometría
  - Matemática Aplicada
  - Probabilidad
  - Sistemas Dinámicos
  - Otros: (especificar)
- 

**5. Fechas de inicio y finalización: del 18/3/2024 al 22/6/2024**

---

**6. Horas de reunión semanal: 2 horas**

---

**7. Conocimientos previos recomendados: topología general, medida y conocimientos básicos de sistemas dinámicos.**

---

**8. Método de aprobación del seminario: una exposición por estudiante**

*(cantidad de exposiciones por estudiante)*

---



**9. Programa del Seminario:** En el seminario estudiaremos la dinámica del billar triangular. En un triángulo (*mesa de billar*) en el plano consideramos una *bola de billar* puntual que se mueve con velocidad constante y al chocar con los bordes de la mesa el ángulo de salida coincide con el de entrada (*choque elástico*). Un problema abierto importante en este sistema es determinar si en todo triángulo existe o no al menos una órbita periódica. Este problema, elemental en su enunciado, es profundo y ha dado lugar a diversos resultados parciales aplicando diferentes técnicas. Nos proponemos desarrollar los siguientes aspectos:

- Introducción y soluciones elementales.
- Existencia de soluciones en triángulos cuyos ángulos son múltiplos racionales de  $\pi$ .
- Teorema de GKT: si una órbita se mantiene todo el tiempo lejos de los vértices entonces es periódica (en cualquier triángulo).
- Equivalencia GM: la dinámica del billar triangular es equivalente a la de 3 masas en un círculo (con choques elásticos entre las masas). En el caso obtuso una de las masas debe tener signo negativo.
- Conjetura de Ruijgrok: en todo triángulo hay al menos una solución con dos choques perpendiculares a los lados del triángulo.
- Teorema de Schwarz: existencia de soluciones en triángulos obtusos de hasta 100 grados.
- Resultados particulares en triángulos especiales: equiláteros y rectángulos.

---

## 10. Bibliografía:

(si el nombre contiene siglas deberán ser aclaradas)

- A. M. Baxter y R. Umble, *Periodic orbits of billiards on an equilateral triangle*, Amer. Math. Mon., vol. 115, 2008, 479-491.
- G. Galperin, T. Kruger y S. Troubetzkoy, *Local instability of orbits in polygonal and polyhedral billiards*, Comm. Math. Phys., vol. 169, 1995, 463-473
- S. L. Glashow y L. Mittag, *Three rods on a ring and the triangular billiard*, J. Stat. Phys., vol. 87, 1997, 937-941.
- W. P. Hooper, *Periodic billiard paths in right triangles are unstable*, Geometriae Dedicata, vol. 125, 2007, 39-46.
- T. W. Ruijgrok, *Periodic orbits in triangular billiards*, Acta physica Polonica, vol. 22, 1991, 955-981.
- R. E. Schwartz, ((Obtuse triangular billiards ii: 100 degrees worth of periodic trajectories)), Journal of Experimental Math., vol. 18, 2008, 137-171.
- A. Artigue, Órbitas periódicas en billares triangulares, enlace:  
[https://miscelaneamatematica.org/download/tbl\\_articulos.pdf2.9dce7f8334f2f218.353930322e706466.pdf](https://miscelaneamatematica.org/download/tbl_articulos.pdf2.9dce7f8334f2f218.353930322e706466.pdf)