



PROGRAMA DE DESARROLLO DE LAS CIENCIAS BÁSICAS
Ministerio de Educación y Cultura - Universidad de la República

Área Matemática

FORMULARIO 2024
Curso de Posgrado

1. Título: INTRODUCCIÓN A LA GEOMETRÍA ALGEBRAICA AFÍN Y PROYECTIVA

Abreviatura de título:

2. Profesor: Alvaro Rittatore

3. Responsable:

(en caso de no ser el Profesor un investigador del PEDECIBA)

4. Marque la disciplina más cercana al curso:

- Álgebra
 - Análisis
 - Análisis numérico
 - Ecuaciones diferenciales; EDP
 - Estadística
 - Fundamentos
 - Geometría
 - Matemática Aplicada
 - Probabilidad
 - Sistemas Dinámicos
 - Teoría de Números
 - Otros: (especificar) Geometría algebraica
-

5. Fechas de inicio y finalización: 2do semestre lectivo de la Facultad de Ciencias

6. Horas de clase teóricas: 45

7. Horas de clase prácticas/consulta: 23

8. Otros horarios:

9. Total de horas presenciales (suma de los tres puntos anteriores): 69

Iguá 4225 esq. Matajojo, Montevideo 11400, URUGUAY

Teléfonos: (+598) 2525 25 22 Fax: (+598) 2522 06 53

Página web: www.pedeciba.edu.uy/matematica - Correo electrónico: lydia@cmat.edu.uy



10. Método de aprobación: Entrega de problemas. El examen admite exoneración parcial mediante aprobación de parciales.

11. Conocimientos previos recomendados:

Conocimientos básicos de la teoría de anillos, como ser los brindados por los cursos de Álgebra I y Anillos y módulos. Un estudiante que haya aprobado el curso de Teoría de grupos y Galois podrá realizar el curso, pero necesitará realizar un esfuerzo más grande al inicio del mismo.

12. Programa del Curso:

Programa sintético

- (1) Muy breve repaso de álgebra conmutativa.
- (2) Conjuntos algebraicos de k^n .
- (3) Bases de Gröbner (no se estudiará el algoritmo de Buchberger en detalle)
- (4) Primeras nociones de geometría algebraica afín.
- (5) Aplicación de bases de Gröbner al estudio de los conjuntos algebraicos: descomposición en irreducibles, teoría de la eliminación.
- (6) Variedades proyectivas.

Programa

- (1) Repaso de álgebra conmutativa. Anillos de polinomios. Anillos, ideales, definiciones básicas, ideales primos y maximales. Polinomios en una variable. Anillos noetherianos. Teorema de la base de Hilbert. Localización. (2 clases)
- (2) Primeras nociones de geometría algebraica. Topología de Zariski, subvariedades de k^n (variedades algebraicas afines como conjuntos algebraicos). Suma, intersección y producto de ideales, su interpretación geométrica. El algebra de funciones regulares de una variedad algebraica afín. Parametrizaciones de variedades afines. (4 clases)
- (3) Órdenes monomiales y división en $k[x_1, \dots, x_n]$ Anillos graduados. Órdenes en los monomios de $k[x_1, \dots, x_n]$. Algoritmo de división en $k[x_1, \dots, x_n]$. (2 clases)
- (4) Bases de Gröbner. Definición y propiedades. El algoritmo de Buchberger. Bases de Gröbner minimales y reducidas. (2 clases)
- (5) Conceptos básicos de la geometría algebraica afín. Nullstellensatz débil. Ideales primarios, ideales radicales, radical de Jacobson. Nullstellenstaz fuerte. La correspondencia ideales-variedades. (3 clases)
- (6) El haz de funciones de una variedad algebraica afín. Abiertos básicos y localización. Descripción de los conjuntos algebraicos como variedades algebraicas. Definición de variedad algebraica afín. Definición de variedad algebraica. (3 clases)
- (7) Primeras aplicaciones de bases de Gröbner a la geometría algebraica afín. Pertenencia a ideales. Resolución de ecuaciones polinomiales. Descripción del ideal asociado a una subvariedad de k^n descrita paramétricamente. (3 clases)
- (8) Descomposición primaria. Descomposición de variedades en componentes irreducibles. Producto tensorial. Producto de variedades afines. Morfismos entre variedades afines. (3 clases)
- (9) Teoría de la eliminación. Teoremas de eliminación y extensión. Geometría de la eliminación. Implícitación. Puntos singulares. Factorización única y resultantes. resultantes y el teorema de extensión. (3 clases)



(10) Dependencia integral y lema de normalización de Noether. Dependencia integral. Normalización. Lema de normalización de Noether. Relación con la teoría de eliminación. (3 clases)

(11) Variedades proyectivas. Primeras definiciones y resultados. (2 clases)

Complemento para curso posgrado

Los estudiantes que realicen el curso para posgrado deberán presentar 2 charlas durante el curso,

1. Una primera charla con temas relacionados con los prerequisites del curso o definiciones básicas.

2. Otra con algunos de los siguientes temas

a) Producto de variedades algebraicas. Mostrando los detalles de la construcción.

b) Estudio local plano tangente, singularidades.

c) Dimensión Idea de la definición.

d) Tema a elección a coordinar con el profesor.

13. Bibliografía:

(Si el nombre contiene siglas deberán ser aclaradas)

Cox Little y O'Shea Ideals, Varieties and Algorithms. (13Pxx COXi) Es la base del curso se tratarán los capítulos 4, 1 y 2 más o menos en ese orden.

Cox Little y O'Shea Using Algebraic Geometry. (14-01 COXu) Sólo lo puse como referencia, es en algún sentido la continuación del libro anterior.

Eisenbud, D Commutative algebra with a view toward algebraic geometry.
Contiene

casi todos los temas del curso, pero asume conocimientos de álgebra conmutativa.

-