



FORMULARIO 2025
Curso de Posgrado

1. Título: Una introducción a la Realizabilidad

Abreviatura de título:

2. Profesor: Mauricio Guillermo

3. Responsable:

(en caso de no ser el Profesor un investigador del PEDECIBA)

4. Marque la disciplina más cercana al curso:

- Álgebra
- Análisis
- Análisis numérico
- Ecuaciones diferenciales; EDP
- Estadística
- X Fundamentos
- Geometría
- Geometría algebraica
- Matemática Aplicada
- Probabilidad
- Sistemas Dinámicos
- Teoría de Números
- Otros: (especificar)

5. Fecha de inicio:

6. Fecha de finalización estimada:

Lo propongo para el primer o el segundo semestre de 2025, iniciando cuando se inicie el semestre y durante 15 semanas corridas. El semestre en cuestión depende de cuándo el IMERL me permita al menos reducir cargas para poder ocuparme del curso.

7. Horas de clase teóricas: 4h semanales sobre la base de dos clases semanales de 2h cada una.

8. Horas de clase prácticas/consulta: Consultas sobre demanda fuera del horario de clase.



9. Otros horarios de actividad presencial: El curso se ofrece en modalidad virtual, para que lo puedan tomar estudiantes desde Argentina.

10. Total de horas presenciales (suma de los tres puntos anteriores):

4h semanales durante 15 semanas = 60h

11. Método de aprobación: Examen oral obligatorio.

12. Conocimientos previos recomendados: El curso es autocontenido, pero es recomendable haber cursado previamente algo que aborde al menos alguno de estos temas: lógica, teoría de la demostración, teoría de modelos, programación funcional. No se trata de poseer conocimientos específicos sobre estos temas, sino de haber trabajado alguna vez con algún tipo de formalismo de fundamentos de la matemática o de la computación.

13. Programa del Curso:

Este curso pretende ofrecer una panorámica sobre el desarrollo histórico del tema, buscando culminar con las líneas de trabajo locales en temas de algebrización de la Realizabilidad. Culminaremos mostrando los temas del proyecto QCOMICAL (HORIZON-MSCA) en las que trabajo como parte del grupo de Concurrencia, Paralelismo y Semántica (Argentina/Francia/Uruguay).

1. Constructivismo, Intuicionismo, Aritmética de Heyting (HA). Realizabilidad de Kleene.
2. Realizabilidad de Kreisel. Independencia del Principio de Markov respecto de la HA.
3. Modelos categóricos de la Realizabilidad. El Topos efectivo de Hyland.
4. Realizabilidad Clásica de Krivine. Algunos resultados de independencia en ZF. Problema de la especificación. Modelo categórico de Streicher para la Realizabilidad Clásica.
5. Programa de Algebrización. Estructuras algebraicas y realizabilidad.
6. Realizabilidad Concurrente de Beffara. El Programa de Algebrización y la Realizabilidad Concurrente.

13. Bibliografía de referencia sobre los temas del programa:

- [1] Emmanuel Beffara. Logique, Réalisabilité et Concurrence. Thèse de Mathématiques, spécialité Informatique. Université Paris Diderot - Paris 7, 2005. Français. <tel-00011205>. (tesis de doctorado).
- [2] Emmanuel Beffara, Félix Castro, Mauricio Guillermo & Étienne Miquey, Concurrent Realizability on Conjunctive Structures. 8th International Conference on Formal Structures for Computation and Deduction (FSCD 2023).
- Editors: Marco Gaboardi and Femke van Raamsdonk; Article No. 28; pp. 28:1–28:21.



- [3] Brouwer, Luitzen Egbertus Jan (1996). Life, Art, and Mysticism. Notre Dame Journal of Formal Logic 37 (3):389-429.
- [4] Walter Ferrer Santos, Jonas Frey, Mauricio Guillermo, Octavio Malherbe, Alexandre Miquel. Ordered Combinatory Algebras and Realizability. Mathematical Structures in Computer Science, Camb. Univ. Press, 1-31 (2015).
- [5] Walter Ferrer Santos, Mauricio Guillermo, Octavio Malherbe. Realizability in ordered combinatory algebras with adjunction. Mathematical Structures in Computer Science, Volume 29, Issue 3, March 2019, pp. 430 - 464.
- [6] Walter Ferrer Santos, Octavio Malherbe. The category of implicative algebras and realizability. Mathematical Structures in Computer Science, Volume 29, Issue 10, November 2019, pp. 1575 - 1606.
- [7] Mauricio Guillermo, Alexandre Miquel. Specifying Peirce's law in classical realizability. Mathematical Structures in Computer Science, Volume 26, Issue 7, October 2016, pp. 1269 - 1303.
- [8] Mauricio Guillermo, Étienne Miquey. Classical realizability and arithmetical formulæ. Mathematical Structures in Computer Science, Volume 27, Issue 6, September 2017, pp. 1068 - 1107.
- [9] From Frege to Gödel: A Source Book in Mathematical Logic, 1879-1931. Ed. by J.V.Heijenoort. Cambridge, Mass. Harvard University Press (2002).
- [10] J. M. E. Hyland. The Effective Topos. In A. S. Troelstra and D. van Dalen, editors, Studies in Logic and the Foundations of Mathematics, volume 110 of The L. E. J. Brouwer Centenary Symposium, pages 165-216. Elsevier, January 1982.
- [11] Georg Kreisel. On the interpretation of non-finitist proofs (part I). Journal of Symbolic Logic, 16(4):241-267, 1951.
- [12] Georg Kreisel. On the interpretation of non-finitist proofs (part II). Journal of Symbolic Logic, 17(1):43-58, 1952.
- [13] Jean-Louis Krivine. Realizability algebras II: new models of ZF + DC. Logical Methods in Computer Science, February 27, 2012, Volume 8, Issue 1.
- [14] Jaap van Oosten. Realizability: an Introduction to its Categorical Side. vol 152 of Studies in Logic. North-Holland, 2008.
- [15] Wesley Phoa. An introduction to fibrations, topos theory, the effective topos and modest sets. LFCS, Dept. of Computer Science, University of Edinburgh (January 1, 1992).
- [16] Thomas Streicher. Krivine's Classical Realizability From a Categorical Perspective. Mathematical Structures in Computer Science 23 (6) 1234-1256



PROGRAMA DE DESARROLLO DE LAS CIENCIAS BÁSICAS
Ministerio de Educación y Cultura - Universidad de la República

Área Matemática

(2013).

[17] Thomas Streicher. Realizability Lecture notes of a course given on winter term 2004/05 (Technische Universität Darmstadt).
<http://www2.mathematik.tu-darmstadt.de/streicher/REAL/REAL.pdf>