FORMULARIO
Curso de Posgrado

1. Título: Introducción a la correspondencia entre las pruebas y los programas.
Abreviatura de título: Correspondencia pruebas-programas.

2. Profesor: Alexandre Miquel (Fing)

3. Responsable: ídem

4. Marque la disciplina más cercana al curso: Fundamentos – Teoría de la prueba

5. Fecha de inicio y finalización: Primer semestre de 2021

6. Horas de clase teóricas: 15 × ((2 × 1,5) horas semanales) = 45 horas

7. Horas de clase prácticas/consulta: 15 × ((1 × 2) horas semanales) = 30 horas

8. Otros horarios:

9. Total de horas presenciales (suma de los tres puntos anteriores): 75 horas

10. Método de aprobación: Lista de ejercicios + Examen oral

11. Conocimientos previos recomendados:
Haber cursado el curso de grado: «Fundamentos de la matemática».

Aunque el tema involucre nociones de programación funcional, no se requiere ningún conocimiento previo en informática, pues sólo se manipularán nociones básicas de programación funcional que serán introducidas en el marco del curso.

12. Programa del Curso:

Descubierta al final de los años 60, la correspondencia entre las pruebas y los programas – también llamada *correspondencia de Curry-Howard* – relaciona los objetos y conceptos de la *teoría de la demostración* a los objetos y conceptos de la *programación funcional*, mediante una idea a la vez muy sencilla y muy fructífera, a saber que cada fórmula matemática constituye un tipo de datos, mientras cada demostración de dicha fórmula constituye un programa informático que realiza el tipo de datos correspondiente. En otras palabras, la relación «*p* es una prueba de la fórmula *A*» (en lógica) corresponde a la relación «*p* es un programa de tipo *A*» (en programación funcional).

De hecho, la correspondencia de Curry-Howard es una correspondencia múltiple entre la teoría de la demostración y la programación funcional, que no sólo relaciona las fórmulas matemáticas (del lado lógico) a los tipos de datos (del lado informático) y las pruebas a los programas, sino también las reglas de deducción a las reglas de tipado, la corte-eliminación (en deducción natural) a la β-reducción (en el cálculo lambda), el razonamiento por inducción a la programación recursiva, así como, a más alto nivel, la estructuración de la matemática en teorías a la programación modular. En el plano teórico, la correspondencia de Curry-Howard renovó completamente la teoría de la demostración, y ahora constituye una de sus herramientas más fundamentales. En el plano práctico, la correspondencia de Curry-Howard contribuyó al desarrollo de varios asistentes a la prueba basados en este principio, tales como el asistente Coq.

El objetivo de este curso introductorio es plantear las bases de la correspondencia de Curry-Howard en el marco de la lógica intuicionista (o constructiva), a través de la presentación de varios sistemas de tipos que capturan el contenido computacional de varias teorías matemáticas constructivas (especialmente: las aritméticas intuicionistas de primer y de segundo orden).

Plan del curso:

- Deducción natural intuicionista y clásica. Noción de corte, propiedades de las pruebas sin cortes. Teorema de corte-eliminación y consistencia.
- Aritmética de Peano (clásica) y de Heyting (intuicionista). Extensión de la noción de corte a la aritmética (cortes de inducción). Extracción de testigos, extracción de funciones recursivas.
- Cálculo lambda puro: sintaxis, conversión, reducción [Bar84, ch. 2, 3]; vínculo con las funciones recursivas [Bar84, ch. 6].
- Cálculo lambda simplemente tipado [Bar93] e isomorfismo de Curry-Howard en el cálculo proposicional intuicionista [Gir89, ch. 2,3]; teorema de normalización fuerte [Gir89, ch. 6].
- Sistema T de Gödel: definición, expresividad, teorema de normalización fuerte [Gir89, ch. 7]; vínculo con la Aritmética de Heyting.
- Sistema F: presentación según Church [Bar93], expresividad [Gir89, ch. 11]; teorema de normalización [Gir89, ch. 13]; vínculo con la Aritmética de segundo orden: teorema de representación [Gir89, ch. 15].
- Sistema F: presentación según Curry [Bar93]; realizabilidad en la Aritmética Funcional de segundo orden (AF2) [Kri93, ch. 9].
- Sistemas de tipos puros [Bar93]; teoría de tipos de Martin-Löf [NPS90].

13. Bibliografía: (Si el nombre contiene siglas deberán ser aclaradas)

- [Bar84] H. Barendregt. The Lambda Calculus: Its Syntax and Semantics. Vol. 103 of Studies in Logic and The Foundations of Mathematics. North-Holland, 1984.

- [Bar93] H. Barendregt. *Lambda Calculi with Types*, Handbook of Logic in Computer Science, Volume II. Oxford University Press, 1993.
  Web: http://ttic.uchicago.edu/~dreyer/course/papers/barendregt.pdf

- [Gir89] J.-Y. Girard, Y. Lafont, P. Taylor. *Proofs and Types.* Cambridge University Press, 1989. Web: http://www.paultaylor.eu/stable/prot.pdf

- [Kri93] J.-L. Krivine. *Lambda-calculus, types and models.* Ellis Horwood, 1993 (agotado). Web:
  https://www.irif.univ-paris-diderot.fr/~krivine/articles/Lambda.pdf

- [NPS90] B. Nordström, K. Petersson, J. M. Smith. *Programming in Martin-Löf's Type Theory.* Oxford University Press, 1990 (agotado).
  Web: http://www.cse.chalmers.se/research/group/logic/book/book.pdf