



PEDECIBA

PROGRAMA DE DESARROLLO DE LAS CIENCIAS BÁSICAS  
Ministerio de Educación y Cultura - Universidad de la República

Área Matemática

**FORMULARIO 2025**  
**Curso de Posgrado**

**1. Título:** Álgebra Lineal Numérica para Aprendizaje Estadístico

**Abreviatura de título:** ALNAE 2025

---

**2. Profesor:** Diego Armentano

**3. Responsable:**

*(en caso de no ser el Profesor un investigador del PEDECIBA)*

---

**4. Marque la disciplina más cercana al curso:**

- Álgebra
- Análisis
- Análisis numérico
- Ecuaciones diferenciales; EDP
- Estadística
- Fundamentos
- Geometría
- Geometría algebraica
- Matemática Aplicada
- Probabilidad
- Sistemas Dinámicos
- Teoría de Números
- Otros: (especificar)

---

**5. Fecha de inicio:** 12 de marzo

**6. Fecha de finalización estimada:** 4 de julio

---

**7. Horas de clase teóricas:** 4 semanales

**8. Horas de clase prácticas/consulta:** 1 semanal

**9. Otros horarios de actividad presencial:** -



PROGRAMA DE DESARROLLO DE LAS CIENCIAS BÁSICAS  
Ministerio de Educación y Cultura - Universidad de la República

Área Matemática

**10. Total de horas presenciales (suma de los tres puntos anteriores):**

70 horas total (14 semanas)

---

**11. Método de aprobación:**

El curso tendrá varias instancias de evaluación.

Entrega de ejercicios: 10 puntos.

Primer parcial (a realizarse en el primer receso del calendario de FCEA): 40 puntos.

Segundo parcial (a realizarse en el segundo receso del calendario de FCEA): 50 puntos.

Ambos parciales serán escritos.

Se establece un mínimo 15 puntos para primer parcial, y de 20 puntos para el segundo.

Obteniendo 50 puntos o más y cumpliendo los mínimos exigidos da derecho a realizar el examen final (El puntaje final influye sobre la nota final.)

El examen consta de 2 partes: un examen teórico escrito/oral, y la presentación y defensa oral de un proyecto. El proyecto consiste en aplicaciones del álgebra lineal numérica a temas relacionados con aprendizaje estadístico.

---

**12. Conocimientos previos recomendados:**

Cursos básicos de álgebra lineal, de cálculo diferencial y integral, probabilidad.

Cursos de estadística y optimización son sugeridos.

---

**13. Programa del Curso:**

Nota: Se indica con (\*) aquellos temas optativos que se darán según disponibilidad de tiempo e interés de estudiantes, y formarán parte de posibles proyectos de fin de curso.

1. Abreboca
  - a. Introducción al aprendizaje estadístico
  - b. Motivaciones:
    - i. Redes neuronales y reconocimiento de dígitos
    - ii. Support Vector Machines
    - iii. Estimación de densidades vía series ortogonales
    - iv. Clustering en series temporales
    - v. El problema de Netflix y los sistemas de recomendación
2. Álgebra Lineal en acción



PEDECIBA

PROGRAMA DE DESARROLLO DE LAS CIENCIAS BÁSICAS  
Ministerio de Educación y Cultura - Universidad de la República

Área Matemática

- a. Espacio columnas de una matriz
  - b. Espacios fundamentales
  - c. Matrices de rango uno, matrices ortogonales y subespacios
  - d. Valores y vectores propios
  - e. Matrices definidas positivas
    - i. Test de positividad
    - ii. Modelo Input-output de Leontief.
    - iii. Donde el cálculo se encuentra con el álgebra lineal
    - iv. Optimización y machine learning (chau determinantes)
3. Valores (y vectores) singulares SVD
- a. Geometría de la SVD
  - b. Teorema de Eckart-Young
  - c. Digresión sobre matrices como operadores lineales
    - i. SVD del operador derivada e integral
    - ii. Núcleos reproductores, Karhunen-Loeve, núcleo de Mercer (\*)
    - iii. Clasificación y clustering de datos funcionales y series de tiempo (\*)
  - d. Descomposición Polar
  - e. Análisis de Componentes Principales (PCA)
  - f. Mejor aproximación por matrices de rango bajo
  - g. Cocientes de Rayleigh
    - i. Normalidad asintótica de los componentes principales vistos como M-estimadores.
    - ii. Análisis Discriminante Lineal (LDA) Fisher
  - h. Factorización por matrices no negativas.
    - i. Identificación de tópicos en minería de texto
  - i. Normas interesantes en aprendizaje estadístico
4. Cálculos en matrices grandes
- a. Algunos algoritmos conocidos para resolver sistemas lineales
  - b. Mínimos cuadrados, 4 enfoques
  - c. Breve introducción al condicionamiento y complejidad
  - d. Minimizando  $\|x\|$  sujeto a  $Ax=b$ . (\*)
  - e. Aproximando valores propios y singulares (\*)
  - f. Álgebra lineal aleatoria
    - i. Productos (aleatorios) de matrices grandes
    - ii. Proyecciones al azar y reducción de dimensión (\*)
    - iii. Fórmula de Crofton (\*)
    - iv. Polinomios aleatorios: valor esperado de número raíces (\*)
    - v. Espectro de matrices aleatorias
5. Low Rank, compressed sensing y completación de matrices
- a. Comportamiento de rango y espectro bajo perturbaciones de rango chico (\*)
  - b. Mínimos cuadrados dinámico
    - i. Filtro de Kalman: GPS
  - c. Teoría de perturbación (\*)
    - i. Condicionamiento de valores propios y singulares
  - d. Decaimiento de valores singulares



PROGRAMA DE DESARROLLO DE LAS CIENCIAS BÁSICAS  
Ministerio de Educación y Cultura - Universidad de la República

Área Matemática

- e. Compressed sensing
- f. El problema de Netflix y los sistemas de recomendación
  - i. Estimación de entradas faltantes en una matriz de rango bajo.
- 6. Tópicos especiales
  - a. Transformada de Fourier: discreta y continua
  - b. Grafos y Laplacianos
    - i. Índice de Moran para autocorrelación espacial y generalizaciones. (\*)
    - ii. Detección de un subgrafo completo implantado en una red (\*)
    - iii. Clustering espectral
  - c. La maldición de la dimensión (\*)
- 7. Optimización
  - a. Introducción a la optimización
    - i. Programación Lineal
    - ii. Optimización convexa
    - iii. Optimización no-lineal
    - iv. Método de Newton
    - v. Multiplicadores de Lagrange (\*).
  - b. Descenso por gradiente
  - c. Programación lineal y juegos de dos personas (\*)
  - d. Descenso por gradiente estocástico
- 8. Aplicaciones en Aprendizaje Estadístico
  - a. Introducción a las redes neuronales
    - i. Estructura de redes neuronales y aprendizaje profundo
    - ii. Redes neuronales convolucionales
    - iii. Una pincelada sobre humanos vs IA: AlphaGo y AlphaZero
    - iv. Backpropagation y regla de la cadena
    - v. Hyperparameters
  - b. Support Vector Machine
  - c. Matrices aleatorias: simulación de puntos uniformes en esferas, simulación de matrices ortogonales. (\*)
  - d. Matrix completion e inferencia causal (\*)
  - e. Problema de Procrustes ortogonal (\*)

---

**13. Bibliografía:**

- Linear Algebra for Data Science, Machine Learning, and Signal Processing (Fessler, Rao Nadakuditi)
- Learning from Data (Mostafa, Magdon-Ismael, Lin)
- Generalized Principal Component Analysis (Vidal, Ma, Sastry)
- The Little Book of Deep Learning (Fleuret)
- Mathematics of Data Science (Bandeira, Singer, Strohmer)