
OPERADORES LOCALES VS OPERADORES NO LOCALES

Primer semestre de 2022

Responsables: Juan Pablo Borthagaray y Nicolás Frevenza.

Fecha y funcionamiento: El seminario será el primer semestre de 2022 según calendario de Facultad de Ciencias. Funcionará una vez a la semana, en día a determinar, con sesiones de 1.30 hs.

Público objetivo: El seminario está dirigido a estudiantes de posgrado y estudiantes avanzados de la Licenciatura en Matemática.

Conocimientos previos recomendados: Cálculo en curvas y superficies (cálculo III o equivalente), ecuaciones diferenciales y análisis real.

Método de aprobación del seminario: 2 exposiciones por estudiante.

Resumen: En la modelización de fenómenos naturales aparecen frecuentemente ecuaciones de difusión lineal y no lineal, como puede ser la ecuación del calor asociada al operador de Laplace, o ecuaciones vinculadas operadores no lineales (por ejemplo, el p -Laplaciano o el Laplaciano fraccionario). En ocasiones es necesario incorporar al modelado la posibilidad de capturar discontinuidades o interacciones de largo alcance. Estas situaciones en general no están bien descritas por ecuaciones en derivadas parciales (EDPs) clásicas, por lo que es necesario considerar operadores no locales. La diferencia fundamental entre los modelos no locales y los modelos locales clásicos, es el hecho de que estos últimos sólo involucran operadores diferenciales, mientras los primeros utilizan también operadores integrales.

En este seminario comenzaremos estudiando algunos problemas clásicos de ecuaciones para operadores locales y no locales. Se estudiarán las teorías y métodos que se desarrollan para estudiar cada tipo de operador, las similitudes y diferencias de comportamiento. La referencia básica para los operadores locales (Laplaciano usual por ejemplo) serán las notas [FB]. Para estudiar a los operadores no locales se trabajará sobre los primeros capítulos del libro [AVMRTM] y las notas de los mini-cursos [AV, BV].

Temario resumido: Se presenta un temario básico que admite modificaciones en función de los intereses de los participantes para profundizar en algunos temas.

- Laplacianos en dominios Lipschitz
 - Motivación y paseos aleatorios.
 - Formulación variacional, existencia de soluciones débiles.
 - Aspectos básicos de espacios de Sobolev.

- Principios del máximo, comparación de soluciones, desigualdades de Harnack.
 - Fórmulas de valor medio.
 - Regularidad de soluciones (interior y hasta la frontera).
 - Convoluciones, operadores no locales con núcleos integrables.
- Ecuaciones del calor
 - Métodos de energía.
 - Principios del máximo parabólicos.
 - Regularidad de soluciones.
 - Derivadas temporales fraccionarias: problemas con memoria.
 - Flujos gradiente
- Algunos problemas no lineales.
 - Operadores tipo p -Laplacianos. Formulación, regularidad. Allen-Cahn/Cahn-Hilliard para motivar el tema de superficies mínimas.
 - Perímetros. Superficies mínimas locales y no locales. Fenómenos de *stickiness*.
 - Ecuaciones de medios porosos. Soluciones de similitud.

Referencias

- [AV] Nicola Abatangelo and Enrico Valdinoci, *Getting acquainted with the fractional laplacian*, Contemporary research in elliptic PDEs and related topics, 2019, pp.–105@. MR3967804
- [AVMRTM] Fuensanta Andreu-Vaillo, José M. Mazón, Julio D. Rossi, and J. Julián Toledo-Melero, *Nonlocal diffusion problems*, Mathematical Surveys and Monographs, vol. 165, American Mathematical Society, Providence, RI; Real Sociedad Matemática Española, Madrid, 2010. MR2722295
- [BV] Claudia Bucur and Enrico Valdinoci, *Nonlocal diffusion and applications*, Lecture Notes of the Unione Matematica Italiana, vol. 20, Springer; Unione Matematica Italiana, Bologna, 2016. MR3469920
- [FB] Julián Fernández Bonder, *Ecuaciones diferenciales parciales*, Cursos de grado, vol. 7, Departamento de Matemática, Universidad de Buenos Aires, 2015.